



On the Boundary Value Problems of Hadamard Fractional Differential Equations with Generalized Ulam-Hyers Stability in Banach Spaces

Adel Ahmed Hassan Kubba¹ and Ruaa Ibraheem Haboub Ali²

¹ Faculty of Education, Nile Valley University.

² Secondary Education Administration, The Ministry of Education, Atbara locality,

Corresponding Author: Ruaa20101994@gmail.com

Received: 12th August, 2025

Accepted: 15th December, 2025

Abstract:

We show the mild solutions in Banach space for a first order semi-linear integro-differential equation. We discuss a generalized quantum fractional Sturm-Liouville-Langevin difference problem with terminal boundary conditions. We characterize the relevant results rely on Mönch's fixed point theorem by terms of Kuratowski measure of non-compactness (MNC) and the Banach contraction principle (BCP). We study the existence and the stability of solutions of the boundary value problems of Hadamard-type fractional differential equations of variable order.

Keywords: derivatives and integrals of variable-order; boundary value problem (BVP); Darbo's fixed point; noncompactness; Ulam-Hyers-Rassias stability; Hadamard derivative.

حول مسائل القيمة الحدية لمعادلات هادامارد التفاضلية الكسرية مع استقرار أولام-هايرز المعمم في فضاءات باناخ

عادل احمد حسن كبة¹ وروى ابراهيم حبوب علي²

¹ كلية التربية، جامعة وادي النيل

² ادارة التعليم الثانوي، ولاية نهر النيل

المؤلف المرسل: Ruaa20101994@gmail.com: 0111114797

تاريخ القبول: 15 ديسمبر 2025م

تاريخ الاستلام: 12 اغسطس 2025م

المستخلص

أوضحنا الحلول المعتدلة في فضاء باناخ لمعادلة التفاضلية التكاملية شبه الخطية من الدرجة الأولى. ناقشنا مسألة الاختلاف الكمي الجزئي المعمم لستورمليوفيل-لانجفين مع شروط الحدود النهائية. شخصنا النتائج ذات الصلة المعتمدة على نظرية مونش للنقطة الثابتة من خلال مقياس كوراتوفسكي لعدم الانضغاط (MNC) ومبدأ انكماش باناخ (BCP). درسنا وجود استقرارية حلول مشاكل القيمة الحدودية للمعادلات التفاضلية الكسرية من نوع هادامارد ذات الرتبة المتغيرة.

الكلمات المفتاحية: المشتقات والتكاملات ذات الترتيب المتغير، مشكلة القيمة الحدودية، النقطة الثابتة لداربو، قياس عدم الاكتناز، استقرار أولام-هايرز-راسياس، مشتق هادامارد.